

Podstawowe człony dynamiczne

dr hab. inż. Krzysztof Patan

Człon proporcjonalny

- Równanie w dziedzinie czasu

$$y(t) = Ku(t)$$

- Transmitancja

$$Y(s) = KU(s) \Rightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = K$$

$$G(s) = K$$

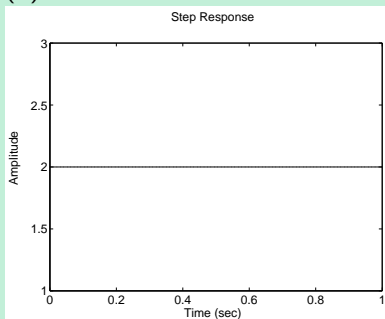
- Transmiancja widmowa

$$G(j\omega) = K$$

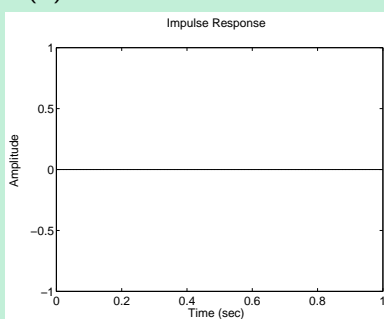
- **Przykład:** $G(s) = 2$

Charakterystyki czasowe: skokowa (a), impulsowa (b)

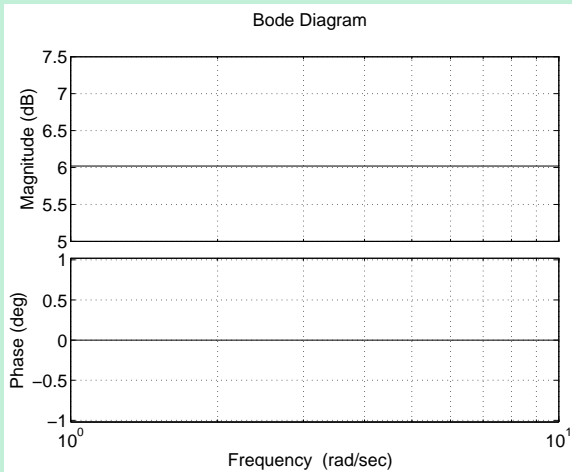
(a)



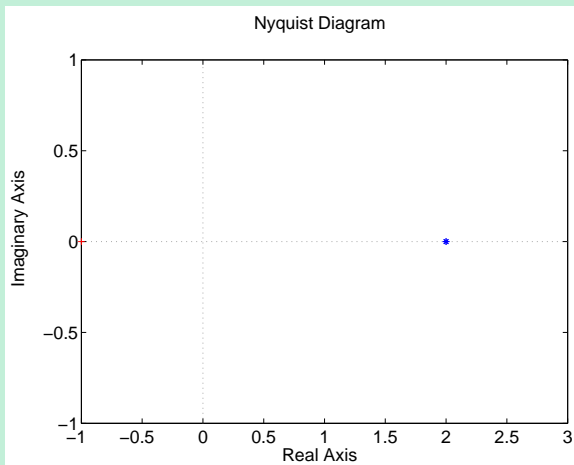
(b)



Charakterystyki Bodego



Charakterystyka Nyquista



Człon inercyjny I rzędu

- Równanie różniczkowe

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t)$$

- Transmitancja

$$G(s) = \frac{K}{1 + Ts}$$

- Transmitancja widmowa

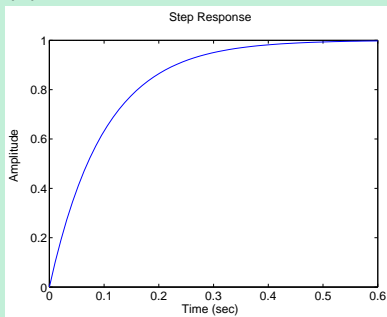
$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + jT\omega}$$

- **Przykład:** zbiornik zasilany cieczą o swobodnym wypływie

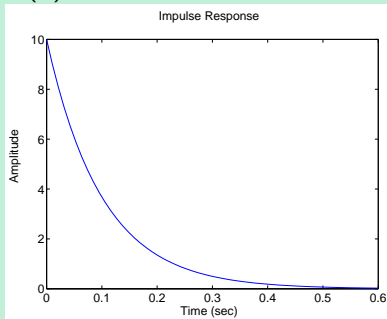
Przykład: $G(s) = \frac{1}{1 + 0.1s}$

Charakterystyki czasowe: skokowa (a), impulsowa (b)

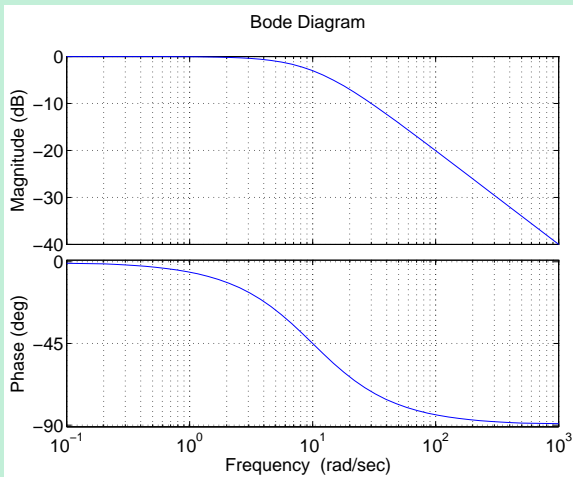
(a)



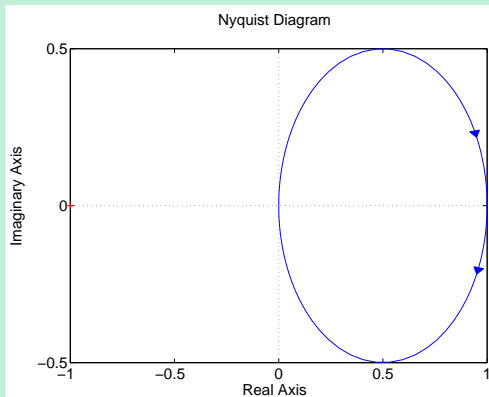
(b)



Charakterystyki Bodego



Charakterystyka Nyquista



Ćwiczenie

Wykreślić charakterystyki czasowe i częstotliwościowe dla systemu

$$G(s) = \frac{1}{1 - 0.1s}$$

Człon inercyjny II rzędu

- Równanie różniczkowe

$$T_1 T_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K u(t)$$

- Transmitancja

$$G(s) = \frac{K}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$$

- Transmitancja widmowa

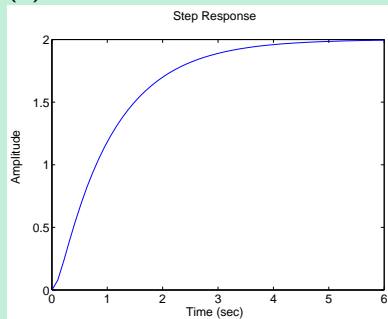
$$G(j\omega) = \frac{K}{(1 + jT_1\omega)(1 + jT_2\omega)}$$

- **Przykład:** dwa zbiorniki połączone ze sobą, ciecz wpływa do pierwszego zbiornika i swobodnie wypływa z drugiego zbiornika

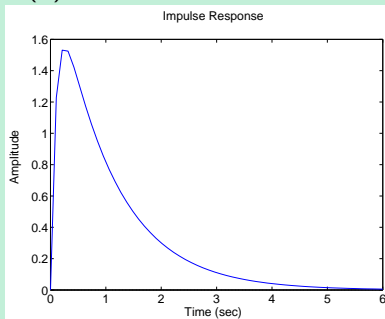
Przykład: $G(s) = \frac{2}{(1 + 0.1s)(1 + s)}$

Charakterystyki czasowe: skokowa (a), impulsowa (b)

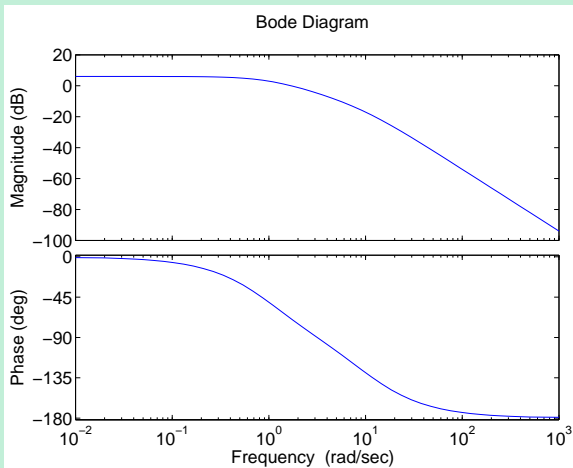
(a)



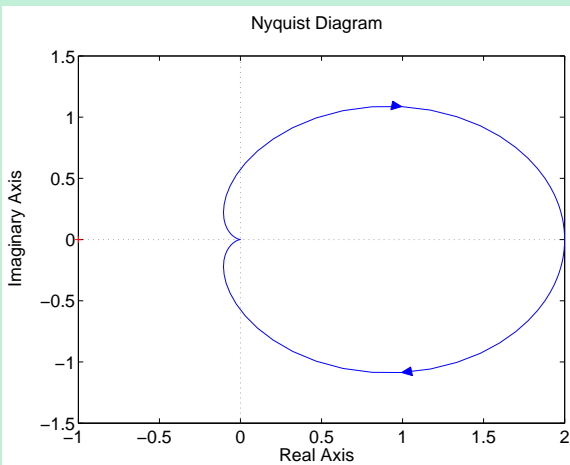
(b)



Charakterystyki Bodego



Charakterystyka Nyquista



Człon oscylacyjny

- Równanie różniczkowe

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t)$$

gdzie T – stała czasowa, ξ – współczynnik tłumienności,
 K – wzmacnienie

- Transmitancja

$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$$

- Transmitancja widmowa

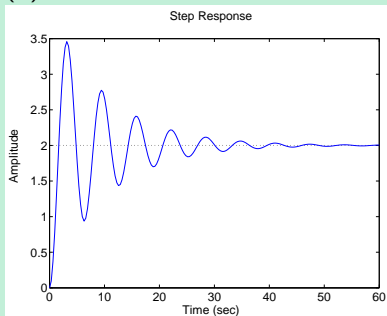
$$G(j\omega) = \frac{K}{1 - T^2 \omega^2 + j2\xi T \omega}$$

- **Przykład:** układ obrotowy

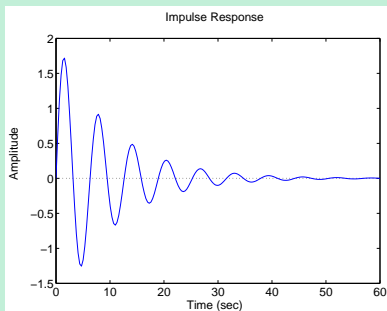
Przykład: $G(s) = \frac{2}{s^2 + 0.2s + 1}$

Charakterystyki czasowe: skokowa (a), impulsowa (b)

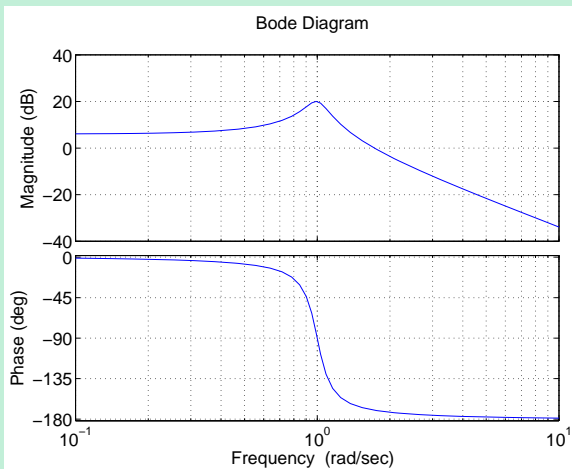
(a)



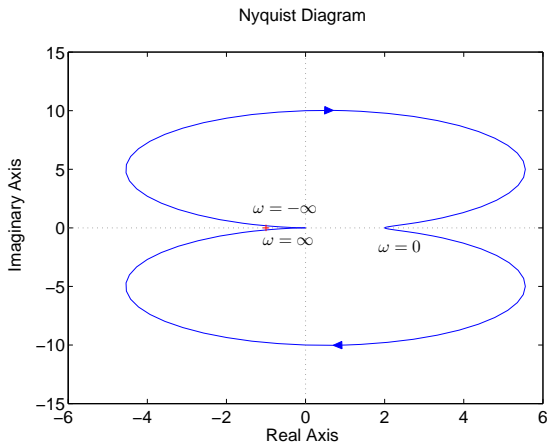
(b)



Charakterystyki Bodego



Charakterystyka Nyquista



Ćwiczenie

Wykreślić charakterystyki częstotliwościowe dla systemu z poprzedniego zadania dla $\xi = 0.1, 0.5, 1, 5$

Człon różniczkujący (idealny)

- Równanie różniczkowe

$$y(t) = T_d \frac{du(t)}{dt}$$

gdzie T_d – stała czasowa

- Transmitancja

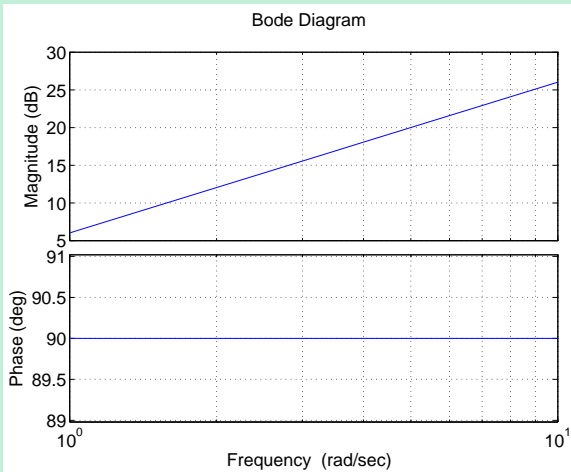
$$G(s) = T_d s$$

- Transmitancja widmowa

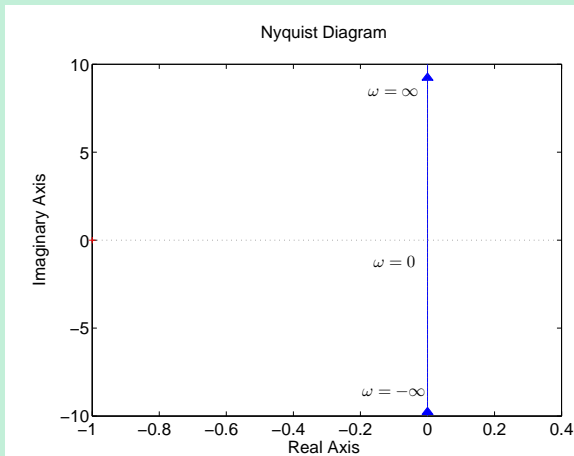
$$G(j\omega) = jT_d \omega$$

- **Przykład:** $G(s) = 2s$

Charakterystyki Bodego



Charakterystyka Nyquista



Ćwiczenie

Wykreślić charakterystyki czasowe idealnego członu różniczkującego

Człon całkujący (idealny)

- Równanie różniczkowe

$$T_i \frac{dy(t)}{dt} = K u(t)$$

gdzie T_i – stała czasowa

- Transmitancja

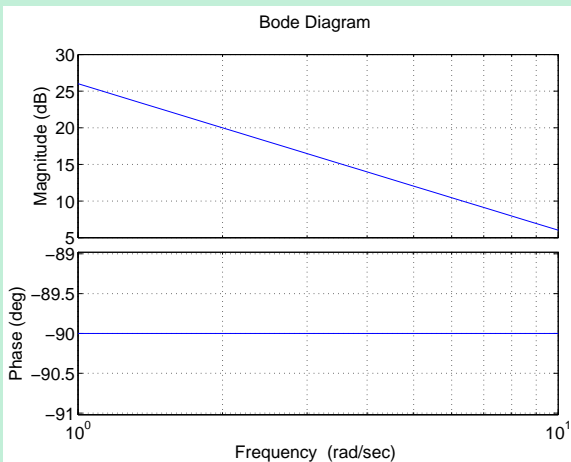
$$G(s) = \frac{K}{T_i s}$$

- Transmitancja widmowa

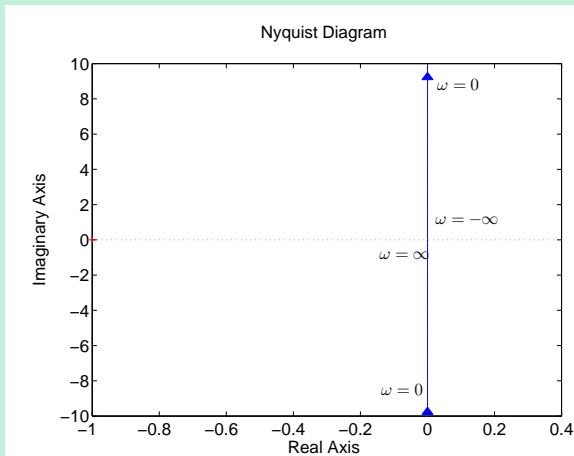
$$G(j\omega) = -j \frac{K}{T_i \omega}$$

- **Przykład:** $G(s) = \frac{2}{0.1s}$

Charakterystyki Bodego



Charakterystyka Nyquista



Ćwiczenie

Wykreślić charakterystyki czasowe idealnego członu całkującego

Człon opóźniający

- Równanie różniczkowe

$$y(t) = u(t - T_0)$$

gdzie T – stała czasowa

- Transmitancja

$$G(s) = e^{-sT_0}$$

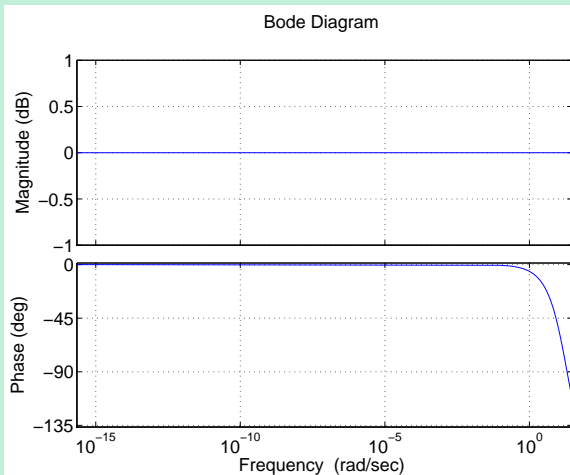
- Transmitancja widmowa

$$G(s) = e^{-j\omega T_0}$$

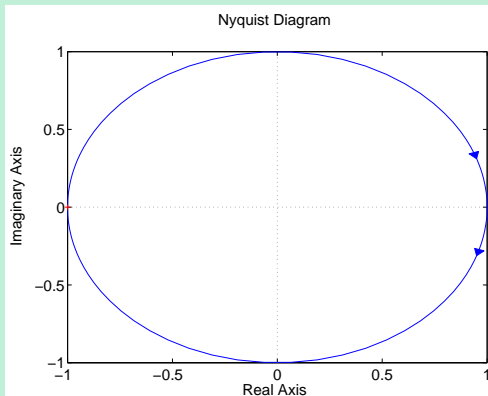
- **Przykład:** transport substancji

Przykład: $G(s) = e^{-0.1s}$

Charakterystyki Bodego



Charakterystyka Nyquista



Ćwiczenie

Wykreślić charakterystyki czasowe członu opóźniającego. Wykorzystać właściwości przekształcenia Laplace'a

Człon całkujący (rzeczywisty)

- Równanie różniczkowe

$$T \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = K u(t)$$

gdzie T – stała czasowa

- Transmitancja

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

- Transmitancja widmowa

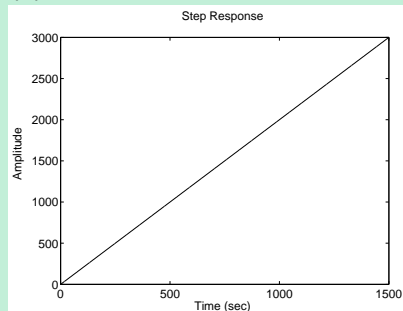
$$G(s) = \frac{-KT\omega - jK}{T^2\omega^3 - \omega}$$

- **Przykład:** zlinearyzowany model silnika prądu stałego

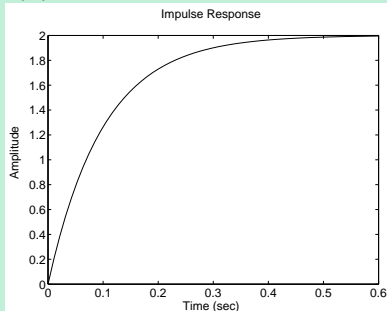
Przykład: $G(s) = \frac{2}{s(0.1s+1)}$

Charakterystyki czasowe: skokowa (a), impulsowa (b)

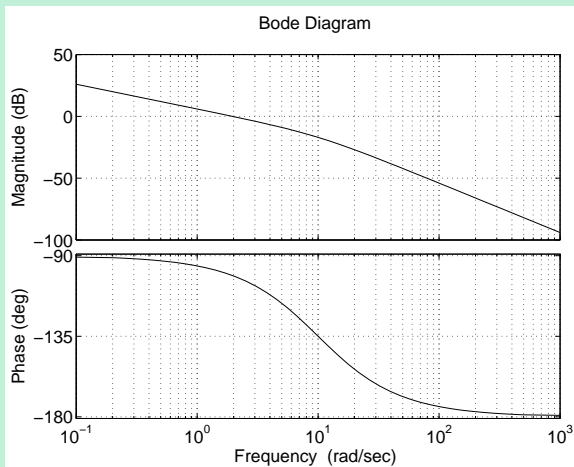
(a)



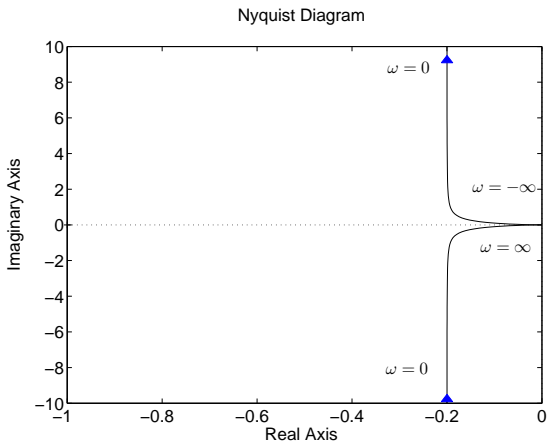
(b)



Charakterystyki Bodego



Charakterystyka Nyquista



Człon różniczkujący (rzeczywisty)

- Równanie różniczkowe

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K \frac{du(t)}{dt}$$

gdzie T – stała czasowa

- Transmitancja

$$G(s) = \frac{Ks}{Ts + 1}$$

- Transmitancja widmowa

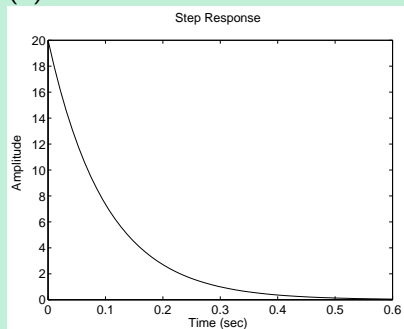
$$G(\omega) = \frac{K\omega^2 + jK\omega}{1 - T^2\omega^2}$$

- **Przykład:** model transformatora w biegu jałowym

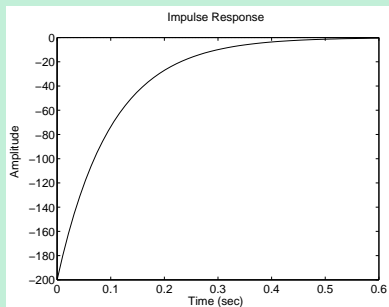
Przykład: $G(s) = \frac{2s}{0.1s+1}$

Charakterystyki czasowe: skokowa (a), impulsowa (b)

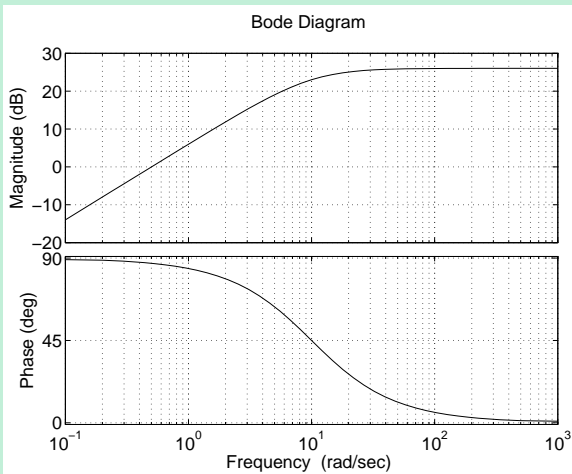
(a)



(b)



Charakterystyki Bodego



Charakterystyka Nyquista

